

C 2310

B.A./B.Sc. (Three Year) DEGREE EXAMINATION, MARCH/APRIL 2018.

End Semester Examination

Second Semester

Part II : Mathematics

(Regular/Supplementary)

SOLID GEOMETRY

Time : 3 Hours

Max. Marks : 70

PART — A

Answer any FIVE of the following questions. (5 × 4 = 20 Marks)

1. If the foot of the perpendicular from (1, 2, 3) to a plane is (0, 1, 1), find the equation of the plane.
(1, 2, 3) నుంచి ఒక తలానికి గీసిన లంబపాదం (0, 1, 1) అయితే, ఆ తలం సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి.
2. Show that the line joining the points (6, -4, 4), (0, 0, -4) intersects the line joining (-1, -2, -3), (1, 2, -5).
(6, -4, 4), (0, 0, -4) బిందువుల గుండా పోయే రేఖ (-1, -2, -3), (1, 2, -5) ల గుండా పోయే రేఖను ఖండిస్తుందని చూపండి.
3. Find the points on the line $\frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+5}{2}$ on either side of (2, -3, -5) and at a distance of 3 units from it.
 $\frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+5}{2}$ రేఖ మీద ఉంటూ (2, -3, -5) కు ఇరువైపులా 3 యూనిట్ల దూరంలో ఉండే బిందువులను కనుక్కోండి.
4. Prove that the planes $x = cy + bz$, $y = az + cx$, $z = bx + ay$ pass through one line if $a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1$. Show that the equation of this line are $\frac{x}{\sqrt{1-a^2}} = \frac{y}{\sqrt{1-b^2}} = \pm \frac{z}{\sqrt{1-c^2}}$.
 $a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1$ అయినప్పుడు $x = cy + bz$, $y = az + cx$, $z = bx + ay$ లు ఒక రేఖ గుండా పోతాయని చూపండి. ఆ రేఖ సమీకరణాలు $\frac{x}{\sqrt{1-a^2}} = \frac{y}{\sqrt{1-b^2}} = \pm \frac{z}{\sqrt{1-c^2}}$ అవుతాయని చూపండి.

Turn Over

5. Find the equation of the sphere through the circle $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $2x + 4y + 5z = 6$ and touching the plane $z = 0$.

$x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $2x + 4y + 5z = 6$ వృత్తం గుండా పోతూ మరియు $z = 0$ తలాన్ని స్పృశించే గోళం సమీకరణాలను కనుక్కోండి.

6. Prove that the lines $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$; $\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{5}$ are coplanar and find the equation to the plane containing the lines.

$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$; $\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{5}$ రేఖలు సతలీయాలని చూపండి మరియు వాటి గుండా తలము కనుక్కోండి.

7. Find the enveloping cone of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y = 0$ with its vertex at $(1,1,1)$.

$(1,1,1)$ వద్ద శీర్షము ఉండి $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y = 0$ అను గోళమునకు, స్పర్శ శంఖువు సమీకరణమును కనుక్కోండి.

8. Prove that if the angle between the lines of intersection to the plane $x + y + z = 0$ and the cone $ayz + bzx + cxy = 0$ is $\frac{\pi}{2}$ then $a + b + c = 0$.

$x + y + z = 0$ అను తలము $ayz + bzx + cxy = 0$ అను శంఖువును ఖండించే రేఖా యుగ్మ మధ్య కోణము $\frac{\pi}{2}$ అయితే $a + b + c = 0$ అని నిరూపించండి.

PART — B

Answer ALL the following questions. (5 × 10 = 50 Marks)

UNIT – I

9. Show that $12x^2 - 2y^2 - 6z^2 - 2xy + 7yz + 6zx = 0$ represents a pair of planes and find an angle between them.

$12x^2 - 2y^2 - 6z^2 - 2xy + 7yz + 6zx = 0$ ఒక తలయుగ్మాన్ని సూచిస్తుందని చూపి వాటి మధ్య ఉన్న ఒక కోణాన్ని కనుక్కోండి.

Or

10. Through a point $p(x_1, y_1, z_1)$, a plane is drawn at right angles to OP to meet the coordinate axes at A, B, C ; prove that area of the triangle ABC is $\frac{r^5}{2|x_1 y_1 z_1|}$, where 'r' is the measure of OP and O is the origin.

$p(x_1, y_1, z_1)$ గుండాపోతూ OP కి లంబంగా గీసిన తలం నిరూపకాక్షాలను A, B, C ల దగ్గర ఖండిస్తే, A, B, C త్రిభుజ వైశాల్యం $\frac{r^5}{2|x_1 y_1 z_1|}$, 'r' = OP (O, P ల మధ్య దూరం) అని చూపండి. (O మూల బిందువు).

UNIT – II

11. Find the image of the line $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{4}$ in the plane $2x + y + z = 6$.

$2x + y + z = 6$ తలంలో $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{4}$ ప్రతిబింబాన్ని కనుక్కోండి.

Or

12. Find the equation of the line which passes through the point $(-4, 3, 1)$, parallel to the plane $x + 2y - z = 5$ and intersects the line $\frac{-(x+1)}{3} = \frac{y-3}{2} = -(z-2)$. Find also the point of intersection.

$(-4, 3, 1)$ బిందువు గుండాపోతూ $x + 2y - z = 5$ తలానికి సమాంతరంగా ఉంటూ, $\frac{-(x+1)}{3} = \frac{y-3}{2} = -(z-2)$ రేఖను ఖండించే సరళ రేఖా సమీకరణాలను కనుక్కోండి.

UNIT III

13. Find the equation of the sphere for which the circle $x^2 + y^2 + z^2 + 7y - 2z + 2 = 0$, $2x + 3y + 4z = 8$ is a great circle.

$x^2 + y^2 + z^2 + 7y - 2z + 2 = 0$, $2x + 3y + 4z = 8$ అనే వృత్తం గురువృత్తంగా గల గోళాన్ని కనుక్కోండి.

Or

14. Show that the spheres $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 3 = 0$ and $x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 6y + 9 = 0$ touch externally and find the point of contact.

$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 3 = 0$, $x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 6y + 9 = 0$ అనే గోళాలు బాహ్యంగా స్పృశించుకొంటాయని చూపి, స్పృశ్య బిందువు కనుక్కోండి.

Turn Over

C 2310

UNIT IV

15. Find the equation of the lines in which the plane $2x + y - z = 0$, intersects the cone $4x^2 - y^2 + 3z^2 = 0$. Also find the acute angle between these lines.

$2x + y - z = 0$ తలం, $4x^2 - y^2 + 3z^2 = 0$ శంకువును ఖండించే సరళ రేఖలను, వాటి మధ్య కోణాన్ని కనుక్కోండి.

Or

16. Find the acute angle between the lines of intersection of the plane $3x + y + 5z = 0$ with the cone $6yz - 2zx + 5xy = 0$.

$3x + y + 5z = 0$ తలం $6yz - 2zx + 5xy = 0$ శంకువుల ఖండన రేఖల మధ్యకోణాన్ని కనుక్కోండి.

UNIT V

17. Find the equation of the cylinder whose generators are parallel to the line $\frac{x}{l} = \frac{y}{m} = \frac{z}{n}$ and intersect the conic $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$, $z = 0$.

$\frac{x}{l} = \frac{y}{m} = \frac{z}{n}$ కు సమాంతరంగా జనక రేఖలు కలిగి, $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$, $z = 0$ అనే శాంకవాన్ని ఖండించే స్థూపాన్ని కనుక్కోండి.

Or

18. Find the equation of the cone with vertex at the origin and d.r's of its generators satisfy $3l^2 - 4m^2 + 5n^2 = 0$.

మూల బిందువు శీర్షంగా, జనక రేఖల దిక్ సంఖ్యలు $3l^2 - 4m^2 + 5n^2 = 0$ ధ్రువపరిచే శంకువు కనుక్కోండి.