C 4310

B.A./B.Sc. (Three Year) DEGREE EXAMINATION, MARCH/APRIL 2018.

End Semester Examination

Fourth Semester

Part II : Mathematics

(Regular/Supplementary)

Paper IV : REAL ANALYSIS

(Common for B.Sc./B.A.)

Time : *3 Hours* — *Max. Marks : 70*

PART — A

Answer any FIVE of the following questions. **(5 × 4 = 20 Marks)**

1. If $S_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ then prove that $S_n = 0$.

   $S_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ అయితే $S_n = 0$ అని రుజువు చేయండి.

2. Test for convergence $1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + ...$

   $1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + ...$ శ్రేణి స్వభావాన్ని చర్చించండి.

3. Prove that derivable function is continuous.

   ప్రతి అవకలనీయ ప్రమేయము అవిచ్ఛిన్న ప్రమేయము అని చూపుము.

4. Prove that $\underset{n\to\infty}{Lt}\left[\frac{1}{n} + \frac{n^2}{(n+1)^3} + \frac{n^2}{(n+2)^3} + ...\frac{1}{8n}\right] = \frac{3}{8}$.

   $\underset{n\to\infty}{Lt}\left[\frac{1}{n} + \frac{n^2}{(n+1)^3} + \frac{n^2}{(n+2)^3} + ...\frac{1}{8n}\right] = \frac{3}{8}$ అని చూపుము.

5. Show that $|x-1|$ is not derivable at $x = 1$.

   $x = 1$ వద్ద $|x-1|$ అవకలనీయం కాదని చూపండి.

Turn Over

6. Find θ of the Lagranges theorem for $f(x) = x^3 - 2x + 3$; $a = 1$, $h = \frac{1}{2}$.

$f(x) = x^3 - 2x + 3$; $a = 1$, $h = \frac{1}{2}$ నకు లెగ్రాంజ్ సిద్ధాంతము యొక్క θ ను కనుక్కోండి.

7. Prove that $\tan x > x > \sin x \forall x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

$\tan x > x > \sin x \forall x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ అని నిరూపించండి.

8. If $f : [a, b] \to R$ is a bounded function, then prove that $\int_{\underline{a}}^{b} f(x)dx \leq \int_{a}^{\overline{b}} f(x)dx$.

$f : [a, b] \to R$ ఒక పరిబద్ధ ప్రమేయం అయిన $\int_{\underline{a}}^{b} f(x)dx \leq \int_{a}^{\overline{b}} f(x)dx$ అని నిరూపించండి.

PART — B

Answer ALL questions. **(5 × 10 = 50 Marks)**

9. (a) When do we say that a sequence is bounded? Prove that every convergent sequence is bounded. Is the converse of this result true? Justify your claim.

ఒక అనుక్రమం ఎప్పుడు పరిబద్ధమవుతుందని అంటాం? అభిసరణమ్మైన ప్రతి అనుక్రమం, పరిబద్ధమవుతుందని నిరూపించండి. ఈ ఫలితం యొక్క విపర్యయం సత్యమవుతుందా? మీ సమాధానాన్ని సమర్థించుకోండి.

Or

(b) State and establish prove the Cauchy's n^{th} root test. Test for the convergene of $\sum ne^{-n^2}$.

కౌషి n వ మూల పరీక్షను ప్రవచించి దానిని నిరూపించండి. $\sum ne^{-n^2}$ యొక్క అభిసరణతను పరీక్షించండి.

10. (a) State and prove Abel's Lemma.

ఎబెల్స్ లెమ్మాను నిర్వచించి, నిరూపించుము.

Or

(b) Discuss any three kinds of discontinuity with suitable examples.

ఏవేని మూడు రకాల విచ్ఛిన్నతలను సోదాహరణముగా వివరించండి.

11. (a) Prove that every convergent sequence is bounded.

ప్రతి అభిసరణ అనుక్రమము పరిబద్ధము అని నిరూపించండి.

Or

(b) Examine the continuity of $\frac{\sqrt{1+1\sin x}}{x}$ for $x \neq 0$.

$\frac{\sqrt{1+1\sin x}}{x}$, $x \neq 0$ అవిచ్ఛిన్నతను పరీక్షించండి.

12. (a) If $f \in [a, b]$ then prove that $|f| \in R[a, b]$. Show that the converse of the theorem is not true.

$f \in [a, b]$ అయితే $|f| \in R[a, b]$ అవుతుందని నిరూపించండి. ఈ సిద్ధాంతం యొక్క విపర్యయం సత్యంకాదని చూపండి.

Or

(b) Using Taylor's theorem, prove that $x - \frac{x^3}{3!} \leq \sin x \leq x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!}$ for $x \geq 0$.

టేలర్స్ సిద్ధాంతమును ఉపయోగించి, $x \geq 0$ నకు $x - \frac{x^3}{3!} \leq \sin x \leq x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!}$ అని నిరూపించండి.

13. (a) State and prove necessary and sufficient condition for Riemann Integrability.

రీమాన్ సమాకలనీయమునకు ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమము వ్రాసి నిరూపించుము.

Or

(b) Prove that $f(x) = 3x+1$ is integrable on $[1, 2]$ and $\int_1^2 (3x+1)dx = \frac{11}{2}$.

$f(x) = 3x+1$ ప్రమేయము $[1, 2]$ అంతరములో సమాకలనీయము అని వ్రాసి, $\int_1^2 (3x+1)dx = \frac{11}{2}$ అని నిరూపించుము.