

C 63108–A

B.Sc. (Three Year) DEGREE EXAMINATION, MARCH/APRIL 2018.
End Semester Examination

Sixth Semester

Mathematics

(Regular)

Paper VIII – A – INTEGRAL TRANSFORMS

Time : 3 Hours

Max. Marks : 70

PART — A

Answer any FIVE of the following questions. (5 × 4 = 20 Marks)

1. Solve $(D + 1)y = 0$ $t > 0$ if $y = y_0$ when $t = 0$.

$t = 0$ అయితే $y = y_0$ అయినప్పుడు $(D + 1)y = 0$ $t > 0$ ని సాధించుము.

2. Using Laplace transform, solve $(D^2 + 2D + 2)y = 0$, $y = Dy = 1$ when $t = 0$.

$t = 0$ అయినప్పుడు $y = Dy = 1$ అయితే, $(D^2 + 2D + 2)y = 0$ అవకలన సమీకరణమును లాప్లాస్ పరివర్తనమును ఉపయోగించి సాధించుము.

3. Using Laplace transform solve $\frac{dx}{dt} - 2x + 3y = 0$, $\frac{dy}{dt} + 2x - y = 0$ given $x = 8$, $y = 3$ when $t = 0$.

$t = 0$ అయినప్పుడు $x = 8$, $y = 3$ అయితే $\frac{dx}{dt} - 2x + 3y = 0$, $\frac{dy}{dt} + 2x - y = 0$ అవకలన సమీకరణాలను లాప్లాస్ పరివర్తనను ఉపయోగించి సాధించుము.

4. Using Laplace transform solve $\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{2\partial y}{\partial t} + y$, $y = (x, 0) = 6e^{-3x}$ which is bounded for $x > 0$, $t > 0$.

$x > 0$, $t > 0$ తో పరిబద్ధమైన $\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{2\partial y}{\partial t} + y$, $y = (x, 0) = 6e^{-3x}$ పాక్షిక అవకలన సమీకరణాని లాప్లాస్ పరివర్తనను ఉపయోగించి సాధించుము.

5. Solve the integral equation $F(t) = e^{-t} - 2 \int_0^t F(u) \cos(t - u) du$.

$F(t) = e^{-t} - 2 \int_0^t F(u) \cos(t - u) du$, సమాకలన సమీకరణంను సాధించుము.

Turn Over

6. Find the Fourier transform of $f(x) = \begin{cases} x & |x| \leq a \\ 0 & |x| > a \end{cases}$.

$$f(x) = \begin{cases} x & |x| \leq a \\ 0 & |x| > a \end{cases} \text{ అయితే } f(x) \text{ కి ఫోరియర్ పరివర్తనమును కనుగొనుము.}$$

7. Find the Fourier cosine transform of $2e^{-5x} + 5e^{-2x}$.

$$2e^{-5x} + 5e^{-2x} \text{ కి ఫోరియర్ కొస్యిన్ పరివర్తనమును కనుగొనుము.}$$

8. Find the finite sine transform of $\sin ax$.

$$\sin ax \text{ నకు పరిమిత సైన్ పరివర్తనమును కనుగొనుము.}$$

PART — B

Answer ALL the following questions. (5 × 10 = 50 Marks)

9. (a) Solve $(D^2 - 3D + 2)y = 1 - e^{2t}$ $y = 1, Dy = 0$ when $t = 0$.

$$t = 0 \text{ అయినప్పుడు } y = 1, Dy = 0 \text{ అయితే } (D^2 - 3D + 2)y = 1 - e^{2t} \text{ ని సాధించుము.}$$

Or

- (b) Solve $t y'' + 2y' + ty = 0$ if $y(0) = 1$ and $y(\pi) = 0$.

$$y(0) = 1 \text{ మరియు } y(\pi) = 0 \text{ అయితే } t y'' + 2y' + ty = 0 \text{ ని సాధించుము.}$$

10. (a) Solve $(D - 2)x - (D + 1)y = 6e^{3t}$; $(2D - 3)x + (D - 3)y = 6e^{3t}$.

$$(2D - 3)x + (D - 3)y = 6e^{3t}; (D - 2)x - (D + 1)y = 6e^{3t} \text{ ని సాధించుము.}$$

Or

- (b) Solve $\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$; $y(x, 0) = 3 \sin 2\pi x$, $y(0, t) = 0 = y(1, t)$.

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}; y(x, 0) = 3 \sin 2\pi x, y(0, t) = 0 = y(1, t) \text{ ని సాధించుము.}$$

11. (a) Solve the integral equation $F(t) = a \sin t - 2 \int_0^t F(u) \cos(t - u) du$.

$$F(t) = a \sin t - 2 \int_0^t F(u) \cos(t - u) du \text{ సమాకలన సమీకరణమును సాధించుము.}$$

Or

(b) Solve the integral equation $\int_0^t \frac{F(u)du}{\sqrt{t-u}} = 1 + t + t^2$.

$\int_0^t \frac{F(u)du}{\sqrt{t-u}} = 1 + t + t^2$ సమాకలన సమీకరణం ను సాధించుము.

12. (a) Find Fourier transform of $f(x)$ define by $f(x) = e^{-x^2/2}, -\infty < x < \infty$.

$f(x) = e^{-x^2/2}, -\infty < x < \infty$ అయితే $f(x)$ కి ఫోరియర్ పరివర్తనను కనుగొనుము.

Or

(b) Find the Fourier sine transform of $f(x) = \begin{cases} \sin x & 0 < x < a \\ 0 & x \geq a \end{cases}$.

$f(x) = \begin{cases} \sin x & 0 < x < a \\ 0 & x \geq a \end{cases}$ కి ఫోరియర్ సైన్ పరివర్తనను కనుగొనుము.

13. (a) Show that $\int_0^\infty \frac{\cos \lambda x}{\lambda^2 + 1} d\lambda = \frac{\pi}{2} e^{-x}$.

$\int_0^\infty \frac{\cos \lambda x}{\lambda^2 + 1} d\lambda = \frac{\pi}{2} e^{-x}$ అని చూపుము.

Or

(b) Show that $\int_0^\infty \frac{x^2 dx}{(x^2 + 1)^2} = \frac{\pi}{4}$

$\int_0^\infty \frac{x^2 dx}{(x^2 + 1)^2} = \frac{\pi}{4}$ అని చూపుము.