C 53105

B.Sc./B.A. (Three Year) DEGREE EXAMINATION, OCTOBER/NOVEMBER 2017.

End Semester Examination

Fifth Semester

Mathematics

(Regular/Supplementary)

Paper V : RING THEORY AND VECTOR CALCULUS

Time : *3 Hours* *Max. Marks : 70*

PART — A

Answer any FIVE of the following questions. **(5 × 4 = 20 Marks)**

1. If R is a ring 0, $a, b \in R$ then prove that

   (a) $0a = a0 = 0$

   (b) $a(-b) = (-a)\, b = -(ab)$.

   0, $a, b \in R$ వలయం అయితే

   (a) $0a = a0 = 0$

   (b) $a(-b) = (-a)\, b = -(ab)$ అని నిరూపించండి.

2. Prove that every field is an integral domain.

   ప్రతి క్షేత్రము ఒక పూర్ణాంక ప్రవేశము అని చూపుము.

3. If $a = x + y + z, b = x^2 + y^2 + z^2, c = xy + yz + zx$; prove that [grada, gradb, gradc] = 0.

   $a = x + y + z, b = x^2 + y^2 + z^2, c = xy + yz + zx$; అయితే [grada, gradb, gradc] = 0 అని రుజువు చేయండి.

4. Evaluate $\int_c F.dr$ where $F = 3x^2 i + (2xz - y)\, j + zk$ along the straight line C from $(0, 0, 0)$ to $(2, 1, 3)$.

   $F = 3x^2 i + (2xz - y)\, j + zk$ అయితే $(0, 0, 0)$ $(2, 1, 3)$ లను కలుపు సరళ రేఖ వెంబడి $\int_c F.dr$ ఎంత?

Turn Over

5. Evaluate by Green's theorem $\int_c (y - \sin x)\,dx + \cos x\,dy$ where C is the triangle enclosed by the lines $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$, $\pi y = 2x$.

గ్రీన్స్ సిద్ధాంతము నుపయోగించి $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$, $\pi y = 2x$ రేఖలచే పరివృత C త్రిభుజాంతరంలో $\int_c (y - \sin x)\,dx + \cos x\,dy$ విలువను రాబట్టండి.

6. Prove that $\int_s N \times F ds = \int_v \nabla \times F\, dv$.

$\int_s N \times F ds = \int_v \nabla \times F\, dv$ అని రుజువు చేయండి.

7. Find $\iint_s \overline{F} \cdot \overline{N}\, ds$ where $F = 2xy\overline{i} + yz^2\overline{j} + xz\overline{k}$ and s is the surface of the parallelopiped formed by $x = 0, y = 0, z = 0$, $x = 2, y = 1, z = 3$.

$F = 2xy\overline{i} + yz^2\overline{j} + xz\overline{k}$ అయితే $\iint_s \overline{F} \cdot \overline{N}\, ds$ ను $x = 0, y = 0, z = 0$, $x = 2, y = 1, z = 3$ తలములచే ఏర్పడు సమానాంతర దీర్ఘఘనము s తలముపై గణించండి.

8. Prove by Stokes theorem that curl grad $\phi = 0$.

స్టోక్స్ సిద్ధాంతము నుపయోగించి curl grad $\phi = 0$ అని నిరూపించండి.

PART — B

Answer ALL the following questions. **(5 × 10 = 50 Marks)**

9. (a) Prove that $Q\left[\sqrt{2}\right] = \left\{a + b\sqrt{2} / a, b \in Q\right\}$ is a field with respect to ordinary addition and multiplication of numbers.

$Q\left[\sqrt{2}\right] = \left\{a + b\sqrt{2} / a, b \in Q\right\}$ అకరణీయ సమితిని కూడిక మరియు గుణకార దృష్ట్యా ఒక క్షేత్రం అని నిరూపించండి.

Or

(b) Define a Boolean ring. Prove that the characteristics of a Boolean ring is 2.

బూలియన్ వలయమును నిర్వచింపుము. ఒక బూలియన్ వలయం యొక్క లాక్షణికము 2 అని చూపుము.

10. (a) State and prove fundamental theorem of homomorphism of rings.

వలయముల సమరూపతా మూల సిద్ధాంతమును ప్రవచించి నిరూపించుము.

Or

(b) Prove that every quotient ring of a ring is a homomorphic image of the ring.

ఒక వలయం యొక్క ఏ వుత్పన్న వలయమైనా దత్త వలయానికి సమరూపతా ప్రతిబింబమని నిరూపించండి.

11. (a) (i) If $r = a\cos ti + a\sin tj + at\tan\theta\, k$, find $\left|\frac{dr}{dt} \times \frac{d^2r}{dt^2}\right|$ and $\left|\frac{dr}{dt}\ \frac{d^2r}{dt^2}\ \frac{d^3r}{dt^3}\right|$.

$r = a\cos ti + a\sin tj + at\tan\theta\, k$, అయితే $\left|\frac{dr}{dt} \times \frac{d^2r}{dt^2}\right|$ మరియు $\left|\frac{dr}{dt}\ \frac{d^2r}{dt^2}\ \frac{d^3r}{dt^3}\right|$ విలువలను కనుక్కోండి.

(ii) If $\phi = x^2yz + 4xz^2$ and $A = 2i - j - 2k$, find $A \cdot \left[i\frac{\partial\phi}{\partial x} + j\frac{\partial\phi}{\partial y} + k\frac{\partial\phi}{\partial z}\right]$ at $(2, -2, -1)$.

$\phi = x^2yz + 4xz^2$ మరియు $A = 2i - j - 2k$, అయితే $A \cdot \left[i\frac{\partial\phi}{\partial x} + j\frac{\partial\phi}{\partial y} + k\frac{\partial\phi}{\partial z}\right]$, $(2, -2, -1)$ కనుక్కోండి.

Or

(b) Find the directional derivative of the function $xy^2 + yz^2 + zx^2$ along the tangent to the curve $x = t, y = t^2, z = t^3$ at the point $(1, 1, 1)$.

$(1, 1, 1)$ వద్ద $x = t, y = t^2, z = t^3$ వక్రానికి స్పర్శరేఖ దిశలో $xy^2 + yz^2 + zx^2$ ప్రమేయానికి దైశిక వ్యుత్పన్నం కనుక్కోండి.

12. (a) Evaluate $\int_s F.Nds$ where $F = zi + xj - 3y^2zk$ and s is the surface $x^2 + y^2 = 16$ included in the first octant between $z = 0$ and $z = 5$.

$x^2 + y^2 = 16$ తలంపై ప్రథమాష్టమంలో (first octant) $z = 0$ మరియు $z = 5$ వరకు $F = zi + xj - 3y^2zk$ ప్రమేయానికి $\int_s F.Nds$ గణించండి.

Or

(b) If $f = (2x^2 - 3z)i - 2xyj - 4xk$ evaluate

(i) $\int_v \nabla \cdot Fdv$ and

(ii) $\int_v \nabla \times F dv$ where v is the closed region bounded by $x=0, y=0, z=0$, $2x+2y+z=4$.

$f=(2x^2-3z)i-2xyj-4xk$ అయితే $x=0, y=0, z=0$ $2x+2y+z=4$ లచే పరిబద్ధ సంవృతాంతరాళం v అయితే (i) $\int_v \nabla \cdot F dv$ మరియు (ii) $\int_v \nabla \times F dv$ ల యొక్క విలువలను కనుక్కోండి.

13. (a) Verify Gauss's divergence theorem to evaluate $\int_s \left((x^3-yz)i-2x^2yj+zk\right)\cdot N ds$ over the surface of a cube bounded by the coordinate planes $x=y=z=a$.

$x=y=z=a$ తలాలచే పరివృత్తమై ఘనతలంపై $\int_s \left((x^3-yz)i-2x^2yj+zk\right)\cdot N ds$ విలువలను గాస్ అపసరణ సిద్ధాంతంలో సరిచూడండి.

Or

(b) State and prove "STOKES THEOREM".

స్టోక్స్ సిద్ధాంతం వ్రాసి నిరూపించండి.